**Национальный исследовательский университет**

**«МЭИ»**

**Институт радиотехники и электроники**

**Кафедра радиотехнических систем**

**Методы оптимального приема сигналов в аппаратуре потребителей СРНС**

Контрольная работа №2а

ФИО студента: Жеребин В.Р.\_

Группа: ЭР-15-15\_\_\_\_

Вариант №:\_\_\_\_\_\_\_3\_\_\_\_\_\_\_

Дата:\_\_\_31.10.2019\_\_\_

Подпись: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

ФИО преподавателя: Шатилов А.Ю.

Оценка: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Москва, 2019 г.**

**Постановка задачи**

Задана выборка следующих входных сигналов, всего М = 2048 отсчетов:

,

,

,

, , ,

– независимые и некоррелированные по времени ДБГШ с СКО

Параметры сигналов – неизвестны, но постоянны на интервале наблюдения.

**Требуется найти:** , дисперсию ошибки для полученной оценки

**Указания**

1. Для оценки используется метод максимального правдоподобия. Применяется итеративный алгоритм (метод Ньютона) оценивания с помощью дискриминаторов:
2. Неинформативные параметры считать информативными и тоже оценивать:
3. Вектор наблюдений:
4. Отношение правдоподобия для векторных наблюдений в дискретном времени:

**Аналитическое решение**

Распишем отношение правдоподобия для нахождения оценки по методу максимального правдоподобия:

Где , следовательно

Количество оцениваемых информационных параметров – пять. Следовательно необходимо получить такое же количество оценок. Для этого найдем производные отношения правдоподобия по каждому из оцениваемых параметров.

В используемом итеративном алгоритме оценивания с помощью дискриминаторов используются вторые производные отношения правдоподобия. Расчетом для вторых производных результатом будет являться матрица, размерностью 5х5.

Для нахождения дисперсии ошибки (границы Рао-Крамера) необходимо найти матрицу Фишера

Дисперсия ошибки в случае векторного λ:

Дисперсией ошибки для полученной оценки , будет являться элемент 5,5 обратной матрицы Фишера.

**Численный расчет**

Для расчета используется программа *MATLAB R2017a*, код программы представлен в приложении. Выборка входных сигналов продемонстрирована на Рис.1. По выборкам можно задать начальное приближение:

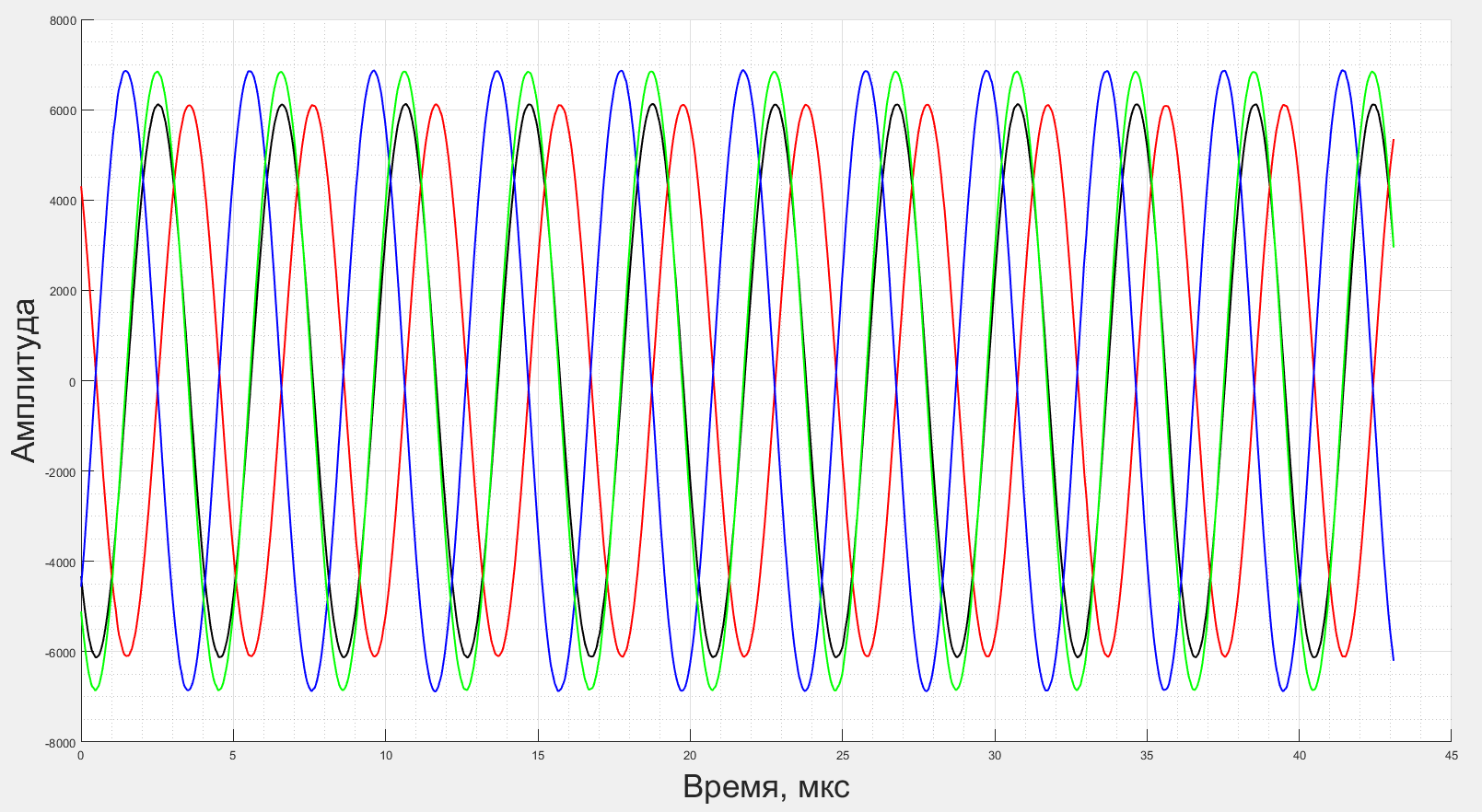


Рис.1. Выборка входных сигналов

В результате расчета программы, при количестве итераций, равном М-1, то есть 2047, были получены следующие значения оценок информативных параметров:

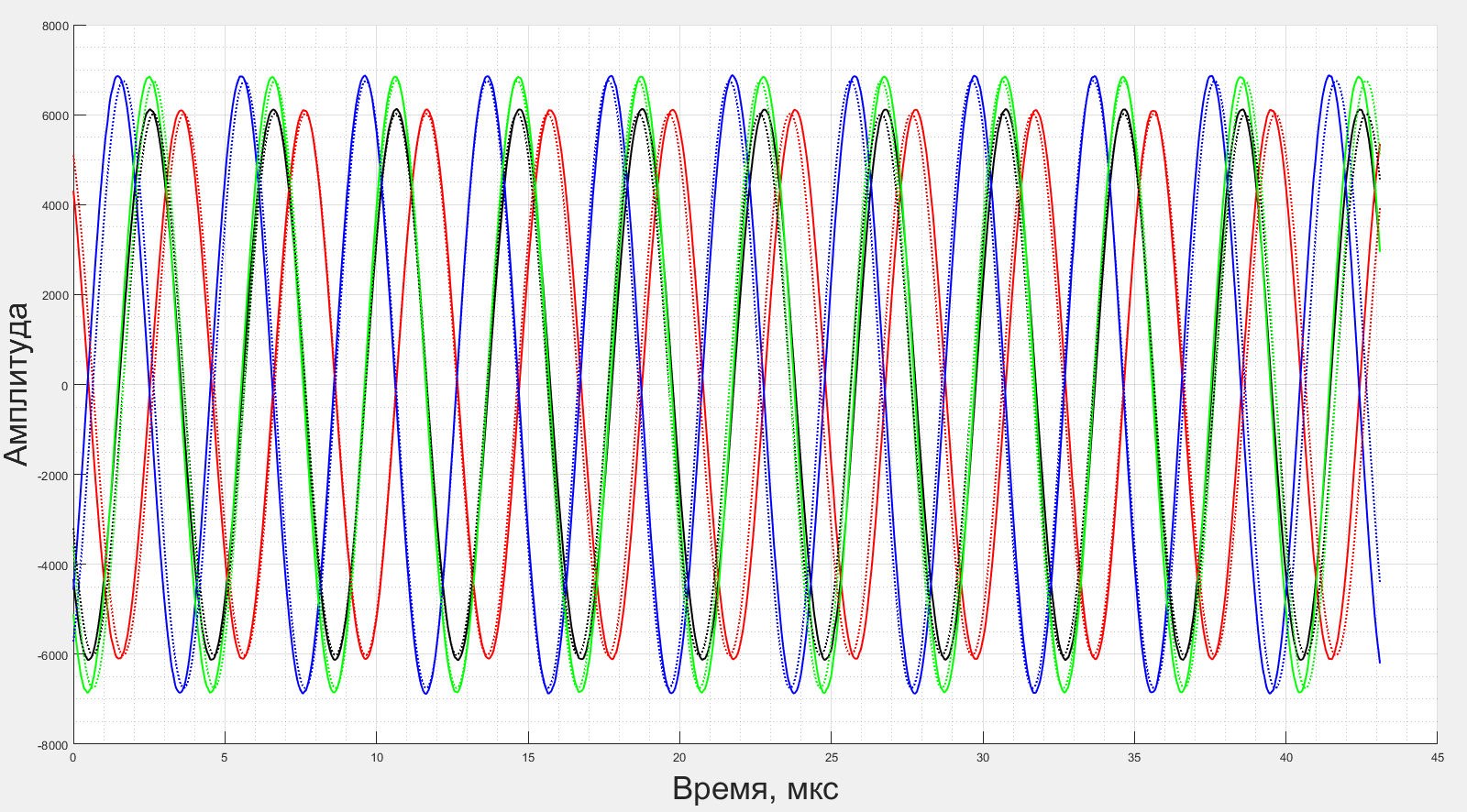


Рис.2. Выборка входных сигналов и сигналы, построенные по оценочным параметрам в интервале от 0 до 45 мкс

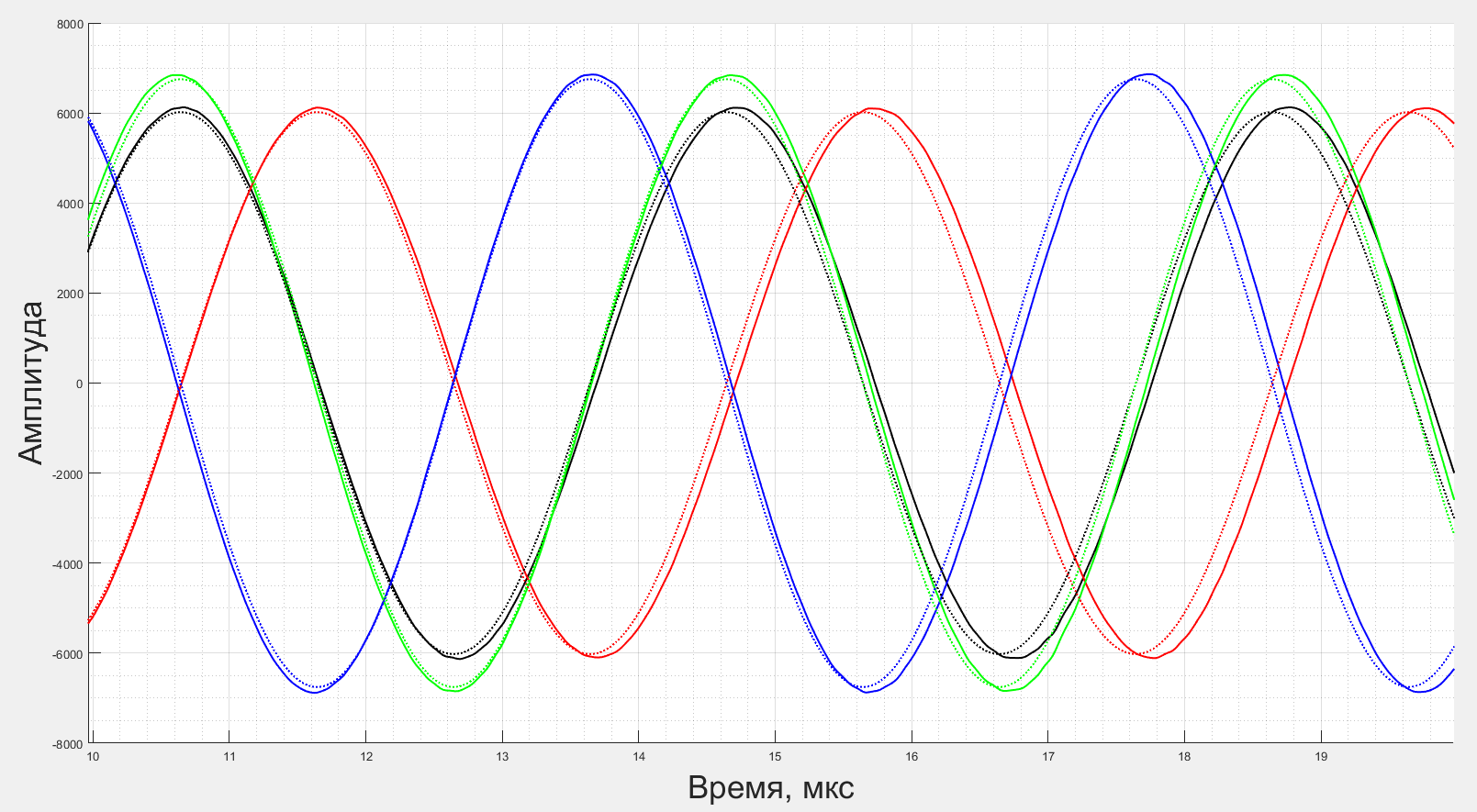


Рис.3. Выборка входных сигналов и сигналы, построенные по оценочным параметрам в интервале от 10 до 20 мкс

Дисперсия ошибки для полученной оценки

**Приложение 1**

**Код программы MATLAB**

function Main()

close all; clear all;

%% Задание параметров

M = 2048;

fs = 47.5e6;

ts = 1 / fs;

k = (0:M-1).';

t = ts\*(0:M-1).';

n = 4;

sigma = 10;

%% Формирование наблюдения

file = fopen('Input\_Y0toT.txt');

Y = [];

while (~feof(file))

scan = fscanf (file, '%f %f %f %f', [4 M]);

Y = [Y; scan];

end

fclose(file);

Y = Y';

for i = 1:M

Y1(1,i) = Y(i,1);

Y2(1,i) = Y(i,2);

Y3(1,i) = Y(i,3);

Y4(1,i) = Y(i,4);

end

%% Начальное приближение

A1 = 6100;

A2 = 6800;

f = 0.25e6;

omega = 2 \* pi \* f;

phi0 = - (1.25 \* pi);

delta\_phi = - (1.5 \* pi);

lambda = [A1 A2 omega phi0 delta\_phi];

lambda\_fist = lambda;

%% Отношение правдоподобия

for i = 2:12

%while ((lambda\_old - lambda) > (1e-5))

for k = 1:M

% Первые производные по параметрам

d\_lambda\_1(k) = (1 / (sigma ^ 2)) \* (cos(lambda(3) \* k \* ts + lambda(4)) \* Y1(k) + sin(lambda(3) \* k \* ts + lambda(4)) \* Y2(k));

d\_lambda\_2(k) = (1 / (sigma ^ 2)) \* (cos(lambda(3) \* k \* ts + lambda(4) + lambda(5)) \* Y3(k) + sin(lambda(3) \* k \* ts + lambda(4) + lambda(5)) \* Y4(k));

d\_lambda\_3(k) = (1 / (sigma ^ 2)) \* (- lambda(1) \* k \* ts \* sin(lambda(3) \* k \* ts + lambda(4)) \* Y1(k) + lambda(1) \* k \* ts \* cos(lambda(3) \* k \* ts + lambda(4)) \* Y2(k) - lambda(2) \* k \* ts \* sin(lambda(3) \* k \* ts + lambda(4) + lambda(5)) \* Y3(k) + lambda(2) \* k \* ts \* cos(lambda(3) \* k \* ts + lambda(4) + lambda(5)) \* Y4(k));

d\_lambda\_4(k) = (1 / (sigma ^ 2)) \* (- lambda(1) \* sin(lambda(3) \* k \* ts + lambda(4)) \* Y1(k) + lambda(1) \* cos(lambda(3) \* k \* ts + lambda(4)) \* Y2(k) - lambda(2) \* sin(lambda(3) \* k \* ts + lambda(4) + lambda(5)) \* Y3(k) + lambda(2) \* cos(lambda(3) \* k \* ts + lambda(4) + lambda(5)) \* Y4(k));

d\_lambda\_5(k) = (1 / (sigma ^ 2)) \* (- lambda(2) \* sin(lambda(3) \* k \* ts + lambda(4) + lambda(5)) \* Y3(k) + lambda(2) \* cos(lambda(3) \* k \* ts + lambda(4) + lambda(5)) \* Y4(k));

% Вторые производные по параметрам

% Первый столбец матрицы

dd\_lambda\_11(k) = (1 / (sigma ^ 2)) \* (-1);

dd\_lambda\_21(k) = 0;

dd\_lambda\_31(k) = (1 / (sigma ^ 2)) \* (- k \* ts \* sin(lambda(3) \* k \* ts + lambda(4)) \* Y1(k) + k \* ts \* cos(lambda(3) \* k \* ts + lambda(4)) \* Y2(k));

dd\_lambda\_41(k) = (1 / (sigma ^ 2)) \* (- sin(lambda(3) \* k \* ts + lambda(4)) \* Y1(k) + cos(lambda(3) \* k \* ts + lambda(4)) \* Y2(k));

dd\_lambda\_51(k) = 0;

% Второй столбец матрицы

dd\_lambda\_12(k) = dd\_lambda\_21(k);

dd\_lambda\_22(k) = (1 / (sigma ^ 2)) \* (-1);

dd\_lambda\_32(k) = (1 / (sigma ^ 2)) \* (- k \* ts \* sin(lambda(3) \* k \* ts + lambda(4) + lambda(5)) \* Y3(k) + k \* ts \* cos(lambda(3) \* k \* ts + lambda(4) + lambda(5)) \* Y4(k));

dd\_lambda\_42(k) = (1 / (sigma ^ 2)) \* (- sin(lambda(3) \* k \* ts + lambda(4) + lambda(5)) \* Y3(k) + cos(lambda(3) \* k \* ts + lambda(4) + lambda(5)) \* Y4(k));

dd\_lambda\_52(k) = (1 / (sigma ^ 2)) \* (- sin(lambda(3) \* k \* ts + lambda(4) + lambda(5)) \* Y3(k) + cos(lambda(3) \* k \* ts + lambda(4) + lambda(5)) \* Y4(k));

% Третий столбец матрицы

dd\_lambda\_13(k) = dd\_lambda\_31(k);

dd\_lambda\_23(k) = dd\_lambda\_32(k);

dd\_lambda\_33(k) = (1 / (sigma ^ 2)) \* (- lambda(1) \* ((k \* ts) ^ 2) \* cos(lambda(3) \* k \* ts + lambda(4)) \* Y1(k) - lambda(1) \* ((k \* ts) ^ 2) \* sin(lambda(3) \* k \* ts + lambda(4)) \* Y2(k)- lambda(2) \* ((k \* ts) ^ 2) \* cos(lambda(3) \* k \* ts + lambda(4) + lambda(5)) \* Y3(k) - lambda(2) \* ((k \* ts) ^ 2) \* sin(lambda(3) \* k \* ts + lambda(4) + lambda(5)) \* Y4(k));

dd\_lambda\_43(k) = (1 / (sigma ^ 2)) \* (- lambda(1) \* k \* ts \* cos(lambda(3) \* k \* ts + lambda(4)) \* Y1(k) - lambda(1) \* k \* ts \* sin(lambda(3) \* k \* ts + lambda(4)) \* Y2(k) - lambda(2) \* k \* ts \* cos(lambda(3) \* k \* ts + lambda(4) + lambda(5)) \* Y3(k) - lambda(2) \* k \* ts \* sin(lambda(3) \* k \* ts + lambda(4) + lambda(5)) \* Y4(k));

dd\_lambda\_53(k) = (1 / (sigma ^ 2)) \* (- lambda(2) \* k \* ts \* cos(lambda(3) \* k \* ts + lambda(4) + lambda(5)) \* Y3(k) - lambda(2) \* k \* ts \* sin(lambda(3) \* k \* ts + lambda(4) + lambda(5)) \* Y4(k));

% Четвертый столбец матрицы

dd\_lambda\_14(k) = dd\_lambda\_41(k);

dd\_lambda\_24(k) = dd\_lambda\_42(k);

dd\_lambda\_34(k) = dd\_lambda\_43(k);

dd\_lambda\_44(k) = (1 / (sigma ^ 2)) \* (- lambda(1) \* cos(lambda(3) \* k \* ts + lambda(4)) \* Y1(k) - lambda(1) \* sin(lambda(3) \* k \* ts + lambda(4)) \* Y2(k) - lambda(2) \* cos(lambda(3) \* k \* ts + lambda(4) + lambda(5)) \* Y3(k) - lambda(2) \* sin(lambda(3) \* k \* ts + lambda(4) + lambda(5)) \* Y4(k));

dd\_lambda\_54(k) = (1 / (sigma ^ 2)) \* (- lambda(2) \* cos(lambda(3) \* k \* ts + lambda(4) + lambda(5)) \* Y3(k) - lambda(2) \* sin(lambda(3) \* k \* ts + lambda(4) + lambda(5)) \* Y4(k));

% Пятый столбец матрицы

dd\_lambda\_15(k) = dd\_lambda\_51(k);

dd\_lambda\_25(k) = dd\_lambda\_52(k);

dd\_lambda\_35(k) = dd\_lambda\_53(k);

dd\_lambda\_45(k) = dd\_lambda\_54(k);

dd\_lambda\_55(k) = (1 / (sigma ^ 2)) \* (- lambda(2) \* cos(lambda(3) \* k \* ts + lambda(4) + lambda(5)) \* Y3(k) - lambda(2) \* sin(lambda(3) \* k \* ts + lambda(4) + lambda(5)) \* Y4(k));

end

d\_lambda = [(sum(d\_lambda\_1) - (M \* lambda(1) / (sigma ^ 2))) (sum(d\_lambda\_2) - (M \* lambda(2) / (sigma ^ 2))) sum(d\_lambda\_3) sum(d\_lambda\_4) sum(d\_lambda\_5)];

dd\_lambda = [sum(dd\_lambda\_11) sum(dd\_lambda\_12) sum(dd\_lambda\_13) sum(dd\_lambda\_14) sum(dd\_lambda\_15);...

sum(dd\_lambda\_21) sum(dd\_lambda\_22) sum(dd\_lambda\_23) sum(dd\_lambda\_24) sum(dd\_lambda\_25);...

sum(dd\_lambda\_31) sum(dd\_lambda\_32) sum(dd\_lambda\_33) sum(dd\_lambda\_34) sum(dd\_lambda\_35);...

sum(dd\_lambda\_41) sum(dd\_lambda\_42) sum(dd\_lambda\_43) sum(dd\_lambda\_44) sum(dd\_lambda\_45);...

sum(dd\_lambda\_51) sum(dd\_lambda\_52) sum(dd\_lambda\_53) sum(dd\_lambda\_54) sum(dd\_lambda\_55)];

lambda\_old = lambda;

u\_d = d\_lambda \* inv(dd\_lambda);

lambda = lambda - u\_d;

end

%% Матрица Рыбака

J44 = M \* ((lambda(1) ^ 2) + (lambda(2) ^ 2));

J55 = M \* ((lambda(1) ^ 2) + (lambda(2) ^ 2));

for k = 1:M

J33(k) = ((k \* ts) ^ 2) \* ((lambda(1) ^ 2) + (lambda(2) ^ 2));

J43(k) = (k \* ts) \* ((lambda(1) ^ 2) + (lambda(2) ^ 2));

J53(k) = (k \* ts) \* ((lambda(2) ^ 2));

end

J = (1 / (sigma ^ 2)) \* [M 0 0 0 0;...

0 M 0 0 0;...

0 0 sum(J33) sum(J43) sum(J53);...

0 0 sum(J43) J44 J55;...

0 0 sum(J53) J55 J55];

%% Граница Крамера-Рао

D = -inv(J);

D\_delta\_phi = D(5,5)

for k = 1:M

S1(k) = lambda(1) \* cos( lambda(3) \* k \* ts + lambda(4) );

S2(k) = lambda(1) \* sin( lambda(3) \* k \* ts + lambda(4) );

S3(k) = lambda(2) \* cos( lambda(3) \* k \* ts + lambda(4) + lambda(5) );

S4(k) = lambda(2) \* sin( lambda(3) \* k \* ts + lambda(4) + lambda(5) );

end

t = t \* 1e6;

%% Графики

figure

hold on; grid on; grid minor;

plot(t,Y1,'Color','black','LineWidth',1.5);

plot(t,Y2,'Color','red','LineWidth',1.5);

plot(t,Y3,'Color','blue','LineWidth',1.5);

plot(t,Y4,'Color','green','LineWidth',1.5);

plot(t,S1,':','Color','black','LineWidth',1.5);

plot(t,S2,':','Color','red','LineWidth',1.5);

plot(t,S3,':','Color','blue','LineWidth',1.5);

plot(t,S4,':','Color','green','LineWidth',1.5);

%title('title','FontSize',24);

xlabel('Время, мкс','FontSize',26);

ylabel('Амплитуда','FontSize',26);

pause(0.1);

end

>> Main

D\_delta\_phi =

1.0119e-09

>>